5 Вероятность рассчитывается следующим образом: $\frac{\text{исходы, удовлетворяющие условию}}{\text{все возможные исходы}}$

(это отношение исходов, удовлетворяющих условию ко всем возможным ~~условиям~~ исходам)

Всего 12 отметок на двенадцатичасовом циферблате

Исходы, удовлетворяющие условию: это отметки: 10; 11; 12 – 3 исхода

1	2	3	4	5	Итого
5	7	7	6	7	32

Вероятность: $\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25$

В этом возможно убедиться другим способом, если представить положение часовой стрелки через секунды. Условие можно представить следующим образом: достигнув отметки 10, т.е от 10.00.00 включительно, но не дойдя до отметки 1 час, т.е. до 1.00.00 невключительно (в секундном формате это 12.59.59)

Все возможные исходы – это количество секунд в сутках, т.е: 24 · 60 · 60 (количество часов в сутках умноженное на количество минут в каждом часе умноженное на количество секунд в каждой минуте)

Исходы, удовлетворяющие условию – это количество секунд с 10.00.00 до 12.59.59, умноженное на 2 (т.к. за сутки часовая стрелка совершает 2 оборота по циферблату) (3 · 60 · 60 – 1) · 2 (с 10 до 1 ровно 3 часа, но т.к. по условию часовая стрелка не достигла отметки и мы представляем ситуацию в секундном формате, то это от 10.00.00 до 12.59.59, т.е ~~13~~ 1.00.00 минус 1 ·

секунда)

Тогда вероятность будет следующей:

$$\frac{2\cdot(3\cdot60\cdot60-1)}{24\cdot60\cdot60}=\frac{3\cdot60\cdot60-1}{12\cdot60\cdot60}=\frac{10800-1}{43200}=\frac{10799}{43200}$$

```
-107990 | 43200
  86400 | 0,2499...
 -215900
  172800
  -431000
   388800
   -422000
    388800
     33200
```

$\frac{10799}{43200}=0,2495...\approx 0,25$

Ответ не является точным, потому что мы представили ситуацию с точки зрения секундного формата. Можно продолжить уменьшать значение взятое за единицу, например: 0,1 или 0,01 или 0,001 секунды. В таком случае часовая стрелка не достигнет отметки 1, но при этом погрешность вычислений будет меньше.

Т.е вероятность не превысит и будет равна значению 0,25

Ответ: 0,25

2. По признаку делимости на 3: Число делится на 3, если сумма его цифр делится на 3

По условию, число состоит из 3^n одинаковых цифр

Например, если $n=3$, а выбранная цифра 7, то это будет $3^3=27$ подряд записанных семёрок.

Сумма цифр этого числа будет равна $7\cdot27$, т.к. цифры одинаковые (по условию), либо данную запись можно представить в другом виде:

ШИФР № М101

2 (продолжение) $7 \cdot 3^3$, а т.к. $3 = n$, то $7 \cdot 3^n$

Таким образом, сумма цифр числа, составленного из 3^n одинаковых цифр всегда будет равна: (цифра) $\times 3^n$.

Чтобы ещё раз это подтвердить возьмём произвольное n и произвольную цифру. Например, $n = 1$, а цифра: 5, тогда число будет 555 (сумма цифр этого числа: $5 + 5 + 5 = 3 \cdot 5 = 3^1 \cdot 5$

Мы разобрались, что число, удовлетворяющее условию, всегда делится на 3, но нам следует доказать, что это число делится на 3^n

$3^n = \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \ldots 3}_{n}$ т.е. число можно разделить на 3^n, последовательно поделив его на 3 n раз

Например, число ((цифра) $\cdot 3^4$) делится 4 раза по 3, т.е. на 3^4

Таким образом, сумма цифр числа равная: (цифра) $\cdot 3^n$ должна делиться без остатка на 3^n. Пусть цифра - это x, тогда:

$x \cdot 3^n : 3^n =$ целое число - равенство является верным, т.к. $3^n : 3^n = 1$, а целое число, умноженное на 1 останется целым числом. Следовательно, число, составленное из 3^n одинаковых цифр делится на 3^n. Что и требовалось доказать

3. Если одна из точек - центр шара, а другая

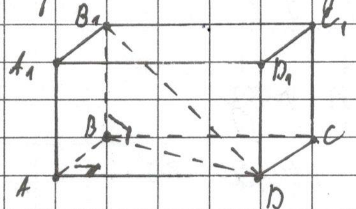
точка лежит на его поверхности, то расстояние между двумя этими точками всегда и при любых обстоятельствах будет равно R (радиусу) этого шара (по определению сферы)

По условию $R = 8$ (каких-либо единиц)

Чтобы ответить на вопрос задачи, необходимо сказать поместится ли отрезок равный 8 в прямоугольном параллелепипеде $3 \times 4 \times 5$.

Для этого вычислим ~~размер~~ расстояние между двумя наиболее отдалёнными точками в этом прямоугольном параллелепипеде.

Наиболее отдалённые точки в прямоугольном параллелепипеде образуют его диагональ.



Пусть $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольный параллелепипед

B_1D – его диагональ (отрезок, заключённый между точками B_1D)

Рассчитаем длину диагонали:

$B_1D = \sqrt{BB_1^2 + BD^2}$ (гипотенуза прямоугольного треугольника BB_1D; по теореме Пифагора)

$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2}$ (гипотенуза прямоугольного треугольника ABD; по теореме Пифагора)

$B_1D = \sqrt{BB_1^2 + \left(\sqrt{AB^2 + AD^2}\right)^2} = \sqrt{BB_1^2 + AB^2 + AD^2}$, где

BB_1; AB; AD – стороны прямоугольного параллелепипеда, равные 3; 4; 5

Противоположные стороны прямоугольного

ШИФР № М101

3.(продолжение) параллелепипеда равны, следовательно все диагонали этой фигуры равны, значит в вычислениях могли быть использованы 3 стороны с другими буквенными обозначениями, но всё равно с длинами, равными 3; 4; 5

$B_1D = \sqrt{3^2+4^2+5^2} = \sqrt{9+16+25} = \sqrt{50} = \sqrt{2\cdot5\cdot5} =$
$= 5\sqrt{2}$

Сравним 8 и $5\sqrt{2}$, для этого возведём оба числа в квадрат $8^2 = 64$; $(5\sqrt{2})^2 = 50$

$64 > 50$; $8^2 > (5\sqrt{2})^2$; $8 > 5\sqrt{2}$

Значит радиус шара не может поместиться в прямоугольный параллелепипед (т.к. по условию пара произвольно выбранных точек должна находиться в прямоугольном параллелепипеде)

Ответ: Не может.

4 Чтобы сравнить числа необходимо разбить их на простые множители, выделить одинаковые части и сократить на них. эти числа Полученные меньшие числа сравнить между собой.

Но данный способ будет проблематичен с большими числами и большими показателями степеней в них. Поэтому попробуем вывести закономерность и на её основе сравнить эти два числа.

Построим следующую таблицу:

$a^b ; b^a$	Сравнение численного значения a^b и b^a	Сравнение $a^b ; b^a$	Разница $a^b - b^a$
$2^3 ; 3^2$	$8 < 9$	$2^3 < 3^2$	$8 - 9 = -1$
$3^4 ; \cancel{4}\ 4^3$	$81 > 64$	$3^4 > 4^3$	$81 - 64 = 17$
$4^5 ; 5^4$	$1384 > 625$	$4^5 > 5^4$	$1384 - 625 = 759$
$5^6 ; 6^5$	$15625 > 7776$	$5^6 > 6^5$	$15625 - 7776 = 7855$

Данную таблицу можно продолжить дальше, но уже сейчас можно сделать вывод: Число с меньшим основанием и большей степенью (a^b) больше числа с большим основанием и меньшей степенью (кроме 2^3 и 3^2). Так же разница между a^b и b^a с каждым разом ~~становиться~~ становится все больше, значит отношение a^b к b^a с каждым шагом а и б ($a+1 ; b+1$) будет увеличиваться.

Вернёмся к числам, заданным в условии. Т.к. число с меньшим основанием и большим показателем степени больше числа с большим основанием и меньшим показателем степени, то $2000200012002^{2000200012003} > 2000200012003^{2000200012002}$

Ответ: $2000200012002^{2000200012003} > 2000200012003^{2000200012002}$

5. Попробуем представить данный ~~х~~ круг чисел. По условию сумма двух соседних чисел является положительной. Это говорит о том, что два отрицательных числа не могут быть соседними.

ШИФР № М101

5 (продолжение)

$a + b = c$, если $a < 0$, $b < 0$, то $c < 0$

Неравенство является строгим, потому что 0 не является ни положительным ни отрицательным числом. Поэтому его вообще нет среди чисел круга.

Оптимальный вариант расположения чисел - это чередование положительных и отрицательных. Т.к. общее число чисел 2023 - нечётное число, то если мы начнём круг с положительного числа, то мы и закончим его положительным

Для этого введём индексы и обозначение положительного числа - П и отрицательного числа - О

Вернёмся к представлению ряда:

$О_1$; $П_1$; $О_2$; $П_2$; $О_3$; $П_3$ ... $О_{1010}$; $П_{1010}$; $О_{1011}$; $П_{1011}$; $О_{1012}$

В этом ряду 1012 отрицательных числа (О) и 1011 положительных числа (П) $1012 + 1011 = 2023$ (общее количество)

$О_1$ и $О_{1012}$ - являются соседними, т.к. по условию числа записаны в круг. Что является невозможным (по случаю, описанному выше). Значит ряд начинается с положительного числа $П_1$ и заканчивается положительным числом $П_{1012}$

По условию ~~их~~ сумма двух соседних чисел положительна. Это означает, что модуль $П_1$ $|П_1|$ больше модуля $|O_1|$ $|П_1| > |O_1|$ и модуль $|П_2|$ так же больше модуля $|O_1|$ и модуля $|O_2|$ (по отдельности) $|O_1| < |П_2|$; $|П_2| > |O_2|$. Это необходимо, чтобы сумма двух любых соседних чисел была положительна. Таким образом $П_n + O_n > 0$. В нашем ряду 1012 положительных числа и 1011 отрицательных. Складывая положительные и отрицательные числа с одинаковыми индексами мы получим положительные значения сумм и ещё одно положительное число, что противоречит условию, что сумма всех записанных чисел отрицательна

Представим другой ряд:

$П_1$; $П_2$; $П_3$ ... $П_{2021}$; $П_{2022}$; O_1

где $|O_1| > |П_1 + П_2 ... + П_{2022}|$ – это удовлетворяет условию, что сумма всех записанных чисел отрицательна, но не удовлетворяет условию, что ~~ч~~ сумма двух соседних чисел положительна, т.к. $|O_1| > |П_1|$ и $|O_1| > |П_{2022}|$

Мы рассмотрели минимальное количество отрицательных чисел в ряду ($n = 1$) и максимальное ($n = 1011$)

~~Их~~ Их количество может меняться. Можно сделать вывод, что круг чисел, удовлетворяющий условию является невозможным.