ШИФР № M117

1	2	3	4	5	итог
7	1	4	2	4	18

№1

$n^a+(n+1)^a+(n+2)^a+\ldots+(n+99)^a$

а) При $a=4$

Подставим вместо n, $n=1$ (целое неотриц.).

получим: так $1^4+2^4+3^4+4^4\ldots+100^4$

найдем цифры, на которые оканчиваются эти числа:

их сумма: $1+6+1+6+5+6+1+6+1=33$

Здесь рассмотрели только первый десяток, т.к. далее цифры будут повторяться!

умножим эту сумму на количество десятков: $33\cdot10=330$

$\Downarrow$

последние 2 цифры числа 30

б) Аналогично при $a=8$

Считаем первый десяток: $1^8+2^8+3^8+4^8\ldots+10^8$

Т.к. степени большие, то нужно найти закономерность:

Например, при возведении 2 в степени получим на конце цифры: 2, 4, 8, 6, 2, 4, 8, 6 ... (повторяются)

Отсюда 2^8 оканчивается на 6, как и 2^4

$\Downarrow$

вернемся к десятку:

$1+6+1+6+5+6+1+6+1=33$

Аналогично умножаем на 10 десятков:

$33\cdot10=330$, последние 3и0

Ответ: а) при $a=4$, 3и0

б) при $a=8$, 3и0

7

№2 Всего 20 замков и 20 колдунов

$\Downarrow$

Между каждыми 2-мя замками прошло 400 поединков

Чтобы ~~считать~~ замок считался сильнее другого выиграть

минимум 201 поединок.

Из условия известно, что первый замок сильнее всех

остальных по часовой стрелке. 1б

Таким образом для верности теории у 2-х последних

замков предпоследний должен выиграть 201 поединок

И первый тогда 219

$\Downarrow$

k наиб $= 219$

Ответ: $k = 219$

№3

$$1 + 2\sin^2\frac{\pi x}{4} = 3 \cdot 4^{\sqrt{x^3-4x^2+3x}}$$

Найдем область допустимых значений:

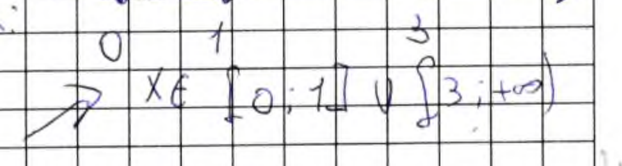
Из левой части урав-я x – любое число,

из правой:

$x^3 - 4x^2 + 3x \geqslant 0$, т.к. невозможно достать корень из отриц. числа

Найдем нули выражения:

$x(x^2 - 4x + 3) = 0$



$x_3 = 0$ $\quad x^2 - 4x + 3 = 0$ По т. Виета:

$x_1 = 3 \quad x_2 = 1$

$\Rightarrow x \in [0; 1] \cup [3; +\infty)$

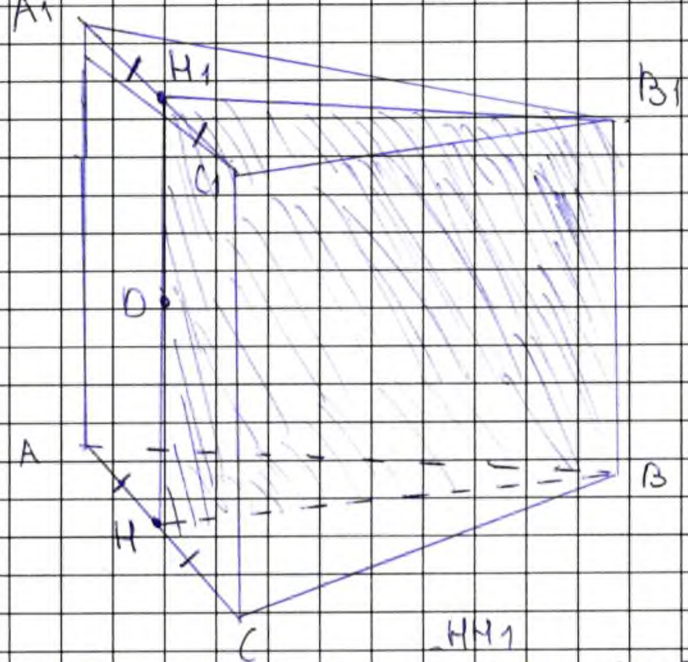
Подставим в урав-е 0 и 1 4б

Откуда можно догадаться, $x = 1$ единств. корень уравнения

Ответ: $x = 1$

ШИФР № М117

№4



Дано:
$ABCA_1B_1C_1$ – прямая призма

Решение:

1) Пусть данная прямая лежит на медиане BH основания призмы ABC

2) Точка D пусть лежит на прямой, соед. середины граней AC и A_1C_1 HH_1

3) Соединив HH_1 через т. D, а также проведя медиану BH_1, получим сечение BHH_1B_1, удовл. условию || прямой BH

2б

№5

$$\begin{cases} |x|+|y|=1 \\ x^2+y^2=a \end{cases}$$

Исходя из первого равенства, (из входящие выходит что-то всегда) можно сделать вывод, что ~~x~~
$x \in [-1;1]$; $y \in (-1;1)$
или $x \in (-1;1)$; $y \in [-1;1]$

Отсюда получим такие решения:

~~1) $x=1$, $y=0$~~ ~~2) $x=0$, $y=1$~~ ~~3)~~ (1) $a=1$ и (2) $a<1$

При $x=1$, $y=0$ При $x \in (-1;1)$, $y \in (-1;1)$

2) При $y=1$, $x=0$

3) При $x=-1$ $y=0$

4) При $y=-1$ $x=0$

4б

Ответ: 5 решений или 2