ШИФР № 1191

1. Для того, чтобы найти две последние цифры попробуем вывести закономерность. Для начала выпишем закономерность умножения определённых целых чисел больше, либо равных нулю (таблицы умножения на 7)

$7 \cdot 0 = 0$	0
$7 \cdot 1 = 7$	7
$7 \cdot 2 = 14$	4
$7 \cdot 3 = 21$	1
$7 \cdot 4 = 28$	8
$7 \cdot 5 = 35$	5
$7 \cdot 6 = 42$	2
$7 \cdot 7 = 49$	9
$7 \cdot 8 = 56$	6
$7 \cdot 9 = 63$	3
$7 \cdot 10 = 70$	0
$7 \cdot 11 = \cancel{0}77$	7

В левом столбце представлена таблица умножения на 7. В правом столбце выписана закономерность повторения последних цифр чисел, получаемых при умножении

1	2	3	4	5	Итог
6	н	н	5	7	18

Далее попробуем возвести 7 в n степень:

$1 \cdot 7 = 7$	7^1	7
$7 \cdot 7 = 49$	7^2	9
$49 \cdot 7 = 343$	7^3	3
$343 \cdot 7 = 2401$	7^4	1
$2401 \cdot 7 = 16807$	7^5	7
$16807 \cdot 7 = 117649$	7^6	9
$117649 \cdot 7 = 823543$	7^7	3

В последнем столбце представлена закономерность последних цифр чисел, получаемых при возведении 7 в n степень [7, 9, 3, 1]

Т.к. в закономерности 4 числа то ~~последнее~~ последнюю ~~число~~ цифру можно найти так:

1001 : 4 = 250 (ост. 1)

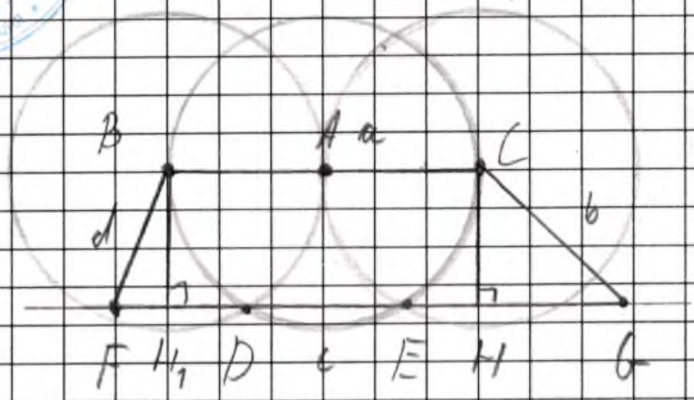
Закономерность повторяется 250 раз и делает ещё один шаг, следовательно последнее число будет 7

Так же можно увидеть, что предпоследняя ~~чи~~ цифра имеет следующую закономерность ~~(0, 0, 4, 4)~~ (4, 4, 0, 0), но при этом первое число можно представить как 07, поэтому закономерность начинает работать после первого шага.

Количество 7 нечётное поэтому предпоследняя цифра будет 4

Ответ: 47

4. Для того чтобы построить трапецию, необходимо чтобы были параллельные её основания



Для того, чтобы основания трапеции были параллельные и была верно построена трапеция сделаем следующее:

1. Отметим произвольную точку и назовём её т. A

2. От точки ~~A~~ A, выбрав произвольный радиус ~~отложим~~ построим окружность так, чтобы т. A была центром этой окружности.

3. Проведём диаметр окр. с центром A. Это будет отрезок BC. Отрезок BC будет являться одним из оснований трапеции.

4. Из т. B и т. C ~~прове~~ построим окружности с радиусом равным радиусу окр. с центром A

5. Отметим точки пересечения окр с центром B и окр. с центром C с окр. с центром A и назовём их т. D и т. E соответственно.

I. Т. D будет равноудалена от т. B и т. A; т. E будет равноудалена от т. A и т. C.

6. Соединим т. D и т. E с помощью линейки

II Отрезок DE ∥ BC (т.к. т. A, т. B, т. C лежат на одной прямой, значит DE будет параллелен BC) (из п. I)

7. Проведём прямую DE с помощью линейки

III Т.к. т. D и т. E принадлежат прямой DE и отрезок DE ∥ BC, то прямая DE ∥ BC

8. Отметим произвольные точки F и G на прямой DE так, чтобы они не находились на отрезке HH_1 (CH и BH_1 - перпендикуляры, проведённые из т. B и т. C к прямой DE), потому что трапеция это выпуклый четырёхугольник (по определению)

Возможна такая ситуация, что т. F или т. G будут соответствовать точке H или т. H_1, т.к. условием не запрещается прямоугольная трапеция.

9. Соединим точку B с т. F и т. C с т. G с помощью линейки. Получится трапеция

10. Назовём отрезки буквами a, b, c, d, согласно условию. Тогда получится, что BC соответствует a; CG соот-ет b; GF соот-ет c; BF соот-ет d

При построении возможны другие обозначения

ШИФР № 1491

5. $\begin{cases} x^2+y^2=1, & (1) \\ x+y=a. & (2) \end{cases}$

Построим графики функций для того, чтобы найти ряд закономерностей.

(1) $x^2+y^2=1$ - График окружности с центром $(0;0)$;

$r=\sqrt{1}=1$

(2) $x+y=a$,

$y=a-x$. (Г-к прямая)

а - неизвестное число, поэтому подставим вместо числа а ряд целых чисел. Например, $-1; 0; 1; 2$

$y=-1-x$ или $y=0-x$ или $y=1-x$ или $y=2-x$

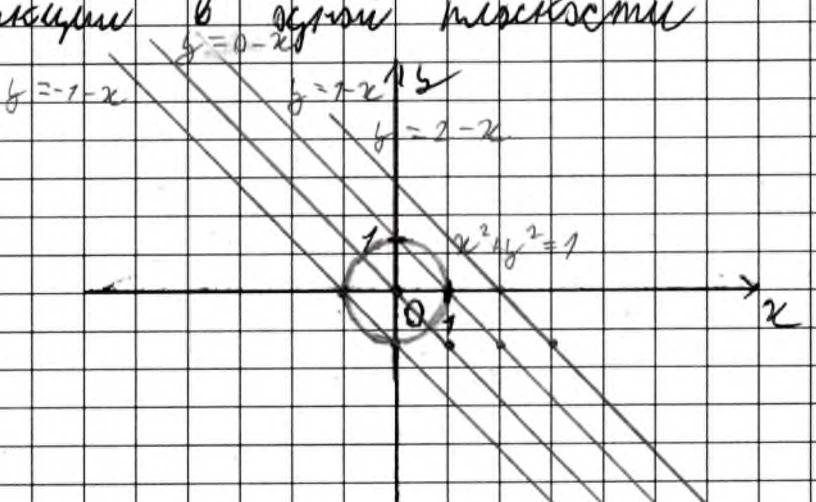
x	-1	0
y	0	-1

x	0	1
y	0	-1

x	1	2
y	0	-1

x	2	1
y	0	1

Подставляем вместо числа а целые числа и получаем различные функции, для каждой из которой строим таблицу значений. Строим графики функций в одной плоскости



Вывод: При увеличении параметра а увеличивается положение точки пересечения графика прямой с осью

х, то при этом графики функций $y = -1 - x$;
$y = 0 - x$; $y = 1 - x$ будут параллельны.
Это можно доказать аналитически, построив две прямые ~~прох~~ параллельные осям x и y или же заметить, что точка начала отсчёта и точки пересечения графиков с осями x и y образуют прямоугольные равнобедренные треугольники.

Рассмотрим:

1. $y = 1 - x$

   $y = 0$ при $x = 1$

   $x = 0$ при $y = 1$

2. $y = 2 - x$

   $y = 0$ при $x = 2$

   $x = 0$ при $y = 2$

Точки пересечения графиков с осями 1. $(1;0)$ и $(0;1)$; 2. $(2;0)$ и $(0;2)$; ось абсцисс перпендикулярна оси ординат. Следовательно, получившиеся треугольники будут прямоугольными и равнобедренными. Значит графики построенных функций во всех случаях будут параллельны

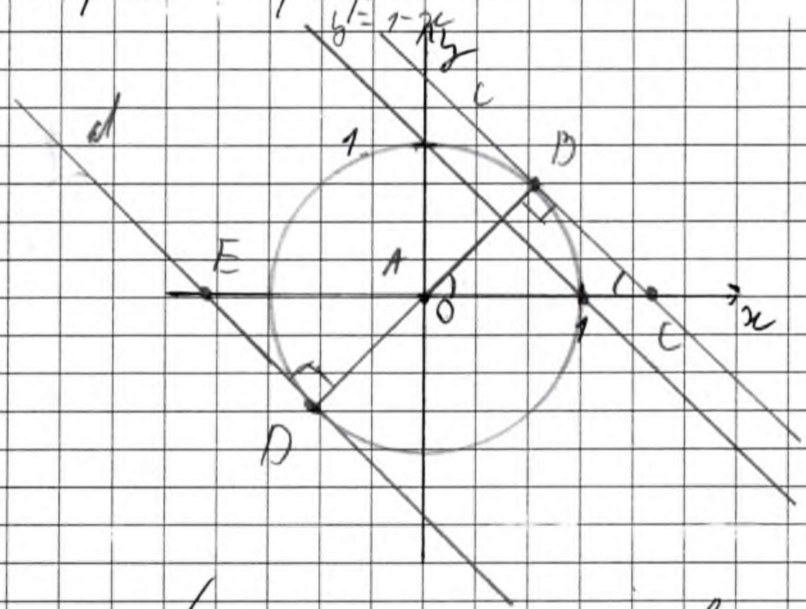
В прямоугольном равнобедренном треугольнике углы при основании равнобедренного треугольника будут равны $(180^\circ - 90^\circ) : 2 = 45^\circ$ (по свойству равнобедренного треугольника; сумма углов треугольника

5. (продолжение)

Так же параметр a численно равен значению точки пересечения графика с осью x.

По условию нужно найти параметр a, при котором система уравнения имеет единственное решение.

Рассмотрим график.



Система будет иметь единственное решение, когда прямая станет касательной к окружности (т.е. будет иметь одну точку пересечения с окружностью)

~~Проведём~~ Соединим начало отсчёта с точкой пересечения касательной к окружности.

Т.к. прямая пересекает ось x под углом равным $45°$, то отрезок, соединяющий начало отсчёта и ось абсцисс тоже будут составлять

углы равные 45° (по свойству касательной к окруж.) (∠BAC)
Отрезок соединяющий начало отсчёта с точкой касания (AB) является радиусом окружности, поэтому равен 1 (AB = 1)

В получившемся треугольнике ABC ∠BAC = = ∠BCA = 45°, значит ∠ABC = 180° - ∠BAC - ∠BCA
∠ABC = 180° - 90° - 90° = 90°. Следовательно △ABC прямоугольный ~~равносторонний~~ равнобедренный треугольник.
Параметр a будет численно равен стороне AC △ABC
По теореме Пифагора найдём сторону AC
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
AB = BC (т.к. △ABC равнобедренный)
AB = BC = 1
$AC^2 = 1^2 + 1^2$,
$AC^2 = 1 + 1$,
$AC^2 = 2$
$AC = \sqrt{2}$
Аналогичная ситуация будет при точке пересечения D касательной d к окружности, но только с противоположным знаком. Следовательно $AE = -\sqrt{2}$

Ответ: $-\sqrt{2}$; $+\sqrt{2}$