



№ 2.

$$f(a) = \sqrt[3]{1-a} - \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{a+1}$$

Найдём область допустимых значений:

$$\begin{cases} 1-a \geq 0 \\ a \geq 0 \\ a+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq 1 \\ a \geq 0 \\ a \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq a \leq 1, \text{ т.е. } a \in [0; 1]$$

Найдём производную этой функции:

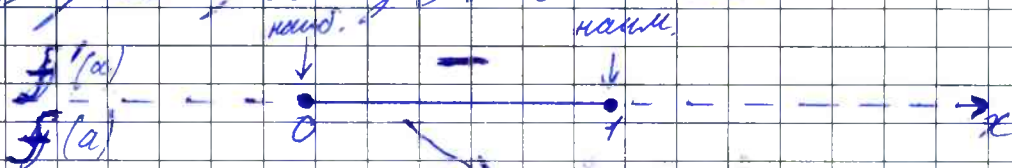
$$f'(a) = (\sqrt[3]{1-a})' - (\sqrt[3]{a})' + (\sqrt[3]{a+1})' = ((1-a)^{\frac{1}{3}})' - (a^{\frac{1}{3}})' + ((a+1)^{\frac{1}{3}})' = -\frac{1}{3\sqrt[3]{(1-a)^2}} - \frac{1}{3\sqrt[3]{a^2}} + \frac{1}{3\sqrt[3]{(a+1)^2}}$$

$$f'(a) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(a+1)^2}} - \frac{1}{3\sqrt[3]{a^2}} - \frac{1}{3\sqrt[3]{(1-a)^2}}$$

Заметим, что на $[0; 1]$ производная функции принимает только отрицательные значения.

Отрицательные потому, что знаменатель первой дроби больше знаменателей второй и третьей, которые вычитаются из первой, а $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$, когда $x > y$.

Значит на всём промежутке $[0; 1]$ функция убывает:



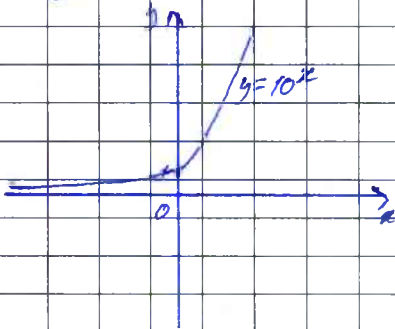
Найдём $f(0) = \sqrt[3]{1-0} - \sqrt[3]{0} + \sqrt[3]{0+1} = 1 - 0 + 1 = 2$

Ответ: 2.

№ 3.

1) Построим график условия без модулей (схематично):

$$y = 10^x$$



2) Добавим модуль на x :
(схематичный график)

$$y = 10^{|x|}$$

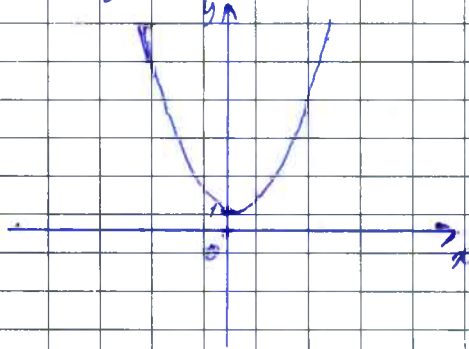
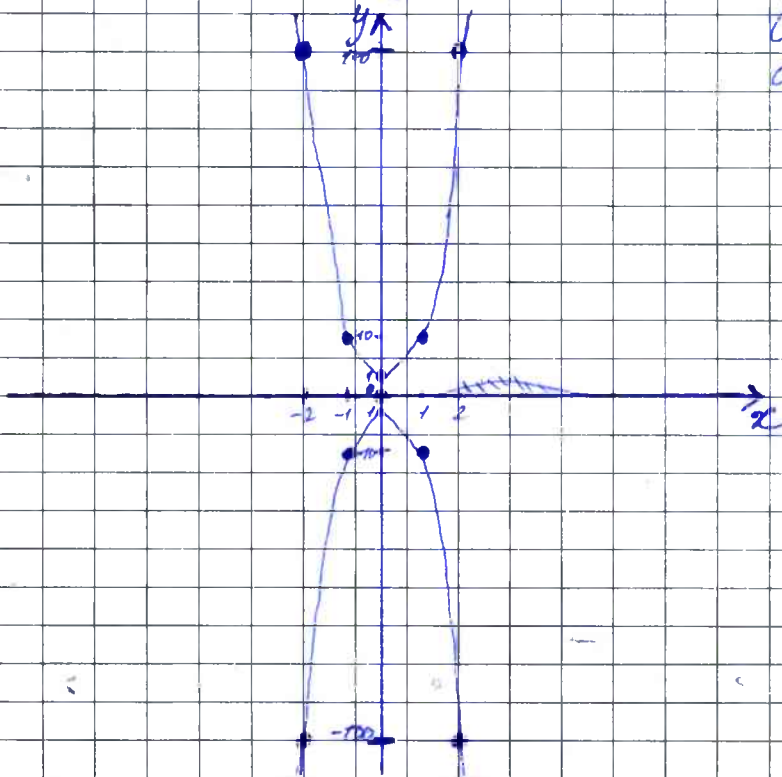
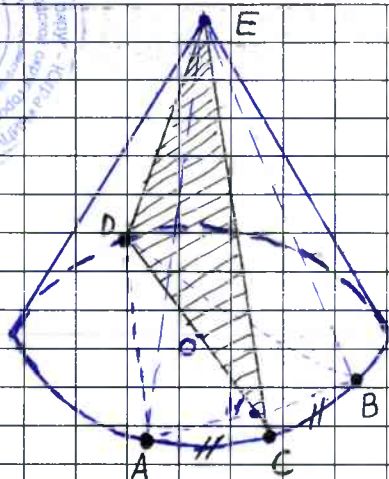


График симметричен относительно OY .

3) Построим множество точек, удовлетворяющее $|y| = 10^{|x|}$:



Симметрия относительно OY и OX .



N 4.

Построим точку C -
серединой дуги AB

Построим точку D -
DC диаметр окружности
основания.

1) Рассмотрим $\triangle ABD$:

дуга AC = дуге CB $\Rightarrow \angle CDA = \angle CDB$

DH - высота биссектр. и медиана $\Rightarrow AH = HB$

Значит $\triangle ABD$ - равнобедренный,
ставя точку на диаметр DC будем
также получать равнобедренные
треугольники, тем самым
эти точки будут равноудалены
от точек A и B.

2) Рассмотрим $\triangle ABE$:

случай аналогичен, как и с $\triangle ABD$,

только высота, медиана и биссектр.

будет EH, из этого следует

что все точки на отрезке EC

или тоже подходят.

3) DE соединяет вершины

прямоугольников ABD и ABE, значит

ставя точку на ~~этой прямой~~ этом

отрезке мы тоже получим

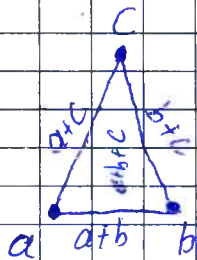
№ (прод.)

равнобедренный треугольник, значит точка тоже будет равноудалена от точек А и В.

4) Ответ: нам подходят все точки, лежащие на ребрах треугольника CDE.

№ 5.

1) Рассмотрим одну грань:

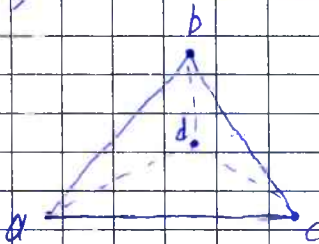


Можно заметить, что число, записанное в грани равно сумме чисел рядом с ребрами, составляющими грань:

число в грани: $a + b + c$

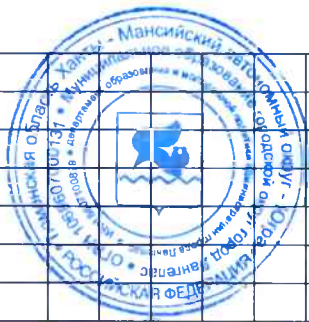
Сумма чисел на ребрах: $(a+c) + (a+b) + (b+c) = 2(a+b+c)$

2) Рассмотрим тетраэдр:



Здесь можно заметить, что сумма чисел в гранях равна сумме чисел на ребрах.

3) Рассмотрев первые два необходимых условия можно понять, что числа a, b, c и d должны быть четными.



n 5 (прод.)

4) Сумма двух четких чисел - это всегда четное число, значит эти суммы не могут быть последовательными числами.

Ответ: нет, не могут.

N 1.

$$a_1 = 1$$

$$a_{n+1} = a_n + n \sqrt{a_{n+1} - a_n}$$

$$a_{2020} = a_{2019} + 2019 \sqrt{a_{2020} - a_{2019}}$$

Найдём a_2 :

$$a_2 = a_1 + 1 \sqrt{a_2 - a_1} = 1 + 1 \sqrt{a_2 - 1} = 1 + \sqrt{a_2 - 1}$$

Отсюда получаем:

$$a_2 = 1 + \sqrt{a_2 - 1}$$

$$a_2 = 2$$

$$a_2 = 5$$

- но член шлоновой последовательности не может быть сразу двумя числами, значит последовательность задана некорректно, и a_{2020} невозможно найти.

Ответ: нет решения.