



№ 1

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 1 + 2\sqrt{a_1 - 1}$$

$$a_3 = 1 + 4\sqrt{a_2 - 1}$$

$$\begin{cases} a_2 = 1 + 4a_1 - 4 \\ a_3 = 1 + 4 - 4a_2 \end{cases} \begin{cases} a_2 - 4a_1 + 3 = 0 \\ a_3 + 4a_2 - 5 = 0 \end{cases}$$

$$a^2 - 4a + 3 = 0$$

$$a^2 + 4a - 5 = 0$$

$$\begin{cases} a_2 = 3 \\ a_3 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_2 = 1 \\ a_3 = -5 \end{cases}$$

$$a_2 \neq 1 + 2\sqrt{3-1} \quad a_2 \neq 1 + 2\sqrt{(-5)-1}$$

$\Rightarrow a_2 = 1$ тогда $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ — последовательность постоянных $1, 1, 1, 1, \dots$

Ответ: $a_{1000} = 1$

№ 2

$$\sqrt[4]{1-a} - \sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{a+1} \quad \text{из } \sqrt[4]{1-a} \text{ следует что } a \leq 1$$

$$\text{Положим функцию } f(a) \quad \text{из } \sqrt[4]{a} \text{ следует что } a \geq 0$$

$$\text{из } \sqrt[4]{a+1} \text{ следует что } a \geq -1$$

$$a \in [0; 1]$$

$$f'(a) = \frac{1}{4(1-a)^{3/4}} - \frac{1}{4a^{3/4}} + \frac{1}{4(a+1)^{3/4}}$$

$f'(a) < 0 \Rightarrow y = f(x)$ убывает на промежутке $[0; 1]$

y_{\max} принимается для значений при $x = 0$

$$y_{\max} = \sqrt[4]{1-0} - \sqrt[4]{0} + \sqrt[4]{0+1} = 1 + 1 = 2$$

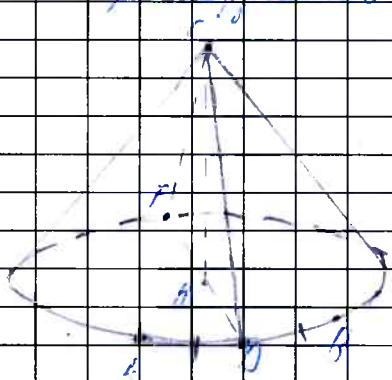
Ответ: 2

№ 3 4

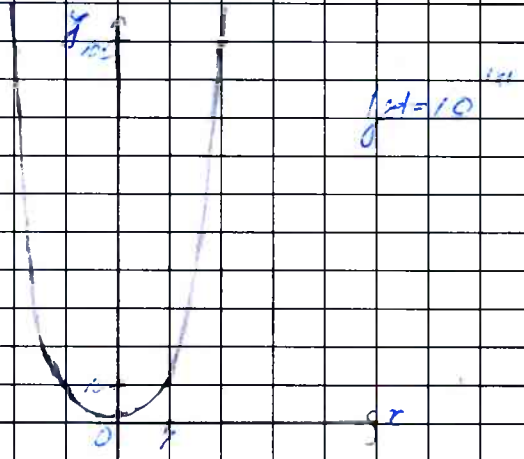
Дан конус, разбитый плоскостью Π через D так что $\angle AD = \angle DB$. Окружность конуса Γ с центром C и радиусом r параллельна Π и имеет диаметр EF . Если H — радиусом r с A и B (у поверхности конуса) и D конуса, то все точки радиуса DH (за исключением A и B , с C — радиусом r с A и B (с в конуса)) то плоскость Π проходит через DH и C .

Eggs decrease if more water is added
 Number of eggs is proportional to the volume of water
 Volume (A, B, C, D) (Eggs) (A, B, C, D)

If eggs are added to (D) then the volume of water is

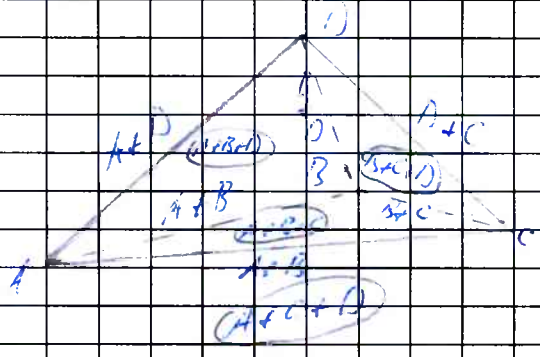


Order: (F, D)



$y = \sqrt{x}$

1/5



Equations:
 $A + C + D - 1 = B + A$
 $A + B + D - 2 = B + A$
 $A + B + C - 3 = B + C + D$

Solve:
 $B = A - 1$
 $C = A - 2$
 $D = A - 3$
 $B + C + D = 3A - 6$
 $A + C + D = 3A - 5$
 $A + B + D = 3A - 4$
 $A + B + C = 3A - 3$
 $A + D = 2A - 3$

impossible

For minimum value on plane we can use method of Lagrange

Order: 1, 2, 3